

# El método de fermat para la enseñanza de límites. Un widget en mathematica

*The fermat's method of limits teaching. A widget in mathematica*

**Erick Radaí Rojas Maldonado**

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

[erickradai@gmail.com](mailto:erickradai@gmail.com)

## Resumen

Actualmente el concepto de límite es enseñado en las escuelas de nivel media superior de México a través del concepto de Cauchy. Se propone un widget elaborado en Mathematica como una alternativa a su comprensión a través del Método de Fermat.

## Abstract

Currently the limit concept is taught in schools of higher average level of Mexico through the concept of Cauchy. A widget developed in Mathematica as an alternative to their understanding through the Fermat method is proposed.

**Palabras clave / key words:** Fermat, límite, Cálculo / Fermat, limit, Calculus.

---

## Introducción

### Planteamiento del Problema

La enseñanza de la Matemática en el bachillerato tiene la tarea de contribuir a la preparación de los educandos para la vida laboral, económica y social, de manera que dispongan de sólidos conocimientos que les permitan interpretar los avances de la ciencia

y la técnica; que sean capaces de operar con ellos con rigor y exactitud, de modo consciente; y de que puedan aplicarlos de manera creadora a la solución de los problemas en las diferentes esferas de la vida, además del aprovechamiento de todas las potencialidades que esta asignatura ofrece para contribuir al desarrollo de las capacidades intelectuales y la educación político- ideológica (MGO, 1980)

El tema de Límites, es uno de los más complicados que tiene el Cálculo Diferencial pues ésta complejidad está reconocida por numerosos autores, como por ejemplo Cornu (1983) y Sierpiska (1985) manifiestan que la enorme dificultad de la enseñanza y del aprendizaje del concepto de límite se debe a su riqueza y complejidad tanto como al hecho de que los aspectos cognitivos implicados no se pueden generar puramente a partir de la definición matemática. Los estudios de Cornu demostraron que los alumnos tienen “concepciones espontáneas personales” que provienen de su experiencia cotidiana. Dichas concepciones son muy resistentes al cambio y permanecen durante mucho tiempo de manera que pueden contener factores contradictorios que se manifiestan según las situaciones.

Son numerosos los obstáculos que antes y después de la enseñanza manifiestan los alumnos con respecto al concepto de límite. En lo que se refiere a este concepto, Cornu (1983) identifica los siguientes obstáculos epistemológicos:

1. Sentido común de la palabra límite, lo que induce a concepciones persistentes de límite como barrera infranqueable o como último término de un proceso.
2. Sobregeneralización de las propiedades de los procesos finitos a los procesos infinitos.
3. Aspecto metafísico de la noción, ligado con el infinito, ya que introduce una nueva forma de razonamiento.
4. Los conceptos infinitamente grandes y cantidades infinitamente pequeñas.

La consideración de los obstáculos es fundamental para el estudio, sistematización, análisis y explicación de los errores que se presentan en el pensamiento científico. En el proceso de construcción de los conocimientos van a aparecer de forma sistemática errores y por lo

tanto se deberá incluir en dicho proceso actividades que promuevan el diagnóstico, detección, corrección y superación de errores, promoviendo una actitud crítica de los alumnos sobre sus producciones.

En un documento posterior, Cornu (1991) resalta la transmisión didáctica de estos obstáculos. Así mismo, Sierpiska (1985) propone una serie de obstáculos epistemológicos, basándose en la génesis histórica del concepto, y posteriormente (Sierpiska,1990), presenta una lista de obstáculos asociados al límite secuencial y los actos de comprensión necesarios para superarlos.

Al realizar un estudio sobre el concepto de límite de una función en alumnos universitarios, Tall (1992) propone presentarles situaciones adecuadas que provoquen conflicto cognitivo originando un desequilibrio que los conduzca a la superación de los obstáculos epistemológicos presentes en la enseñanza de este concepto. Se deberá favorecer la integración de las tres representaciones sobre el límite funcional: gráfica, numérica y simbólica.

Artigue (1995), describe tres grupos de dificultades en el aprendizaje, asociadas a la complejidad de los objetos, al concepto de límite y al número real. Asimismo señala la “dificultad de separarse de una visión de límite en simples términos de proceso para disociar con claridad el objeto límite del proceso que ha permitido construirlo para dotarlo de una identidad propia”.

En sus investigaciones referidas a las ideas relacionadas con proceso/objeto para el caso del límite, Cottrill et al.(1996) señalan que la dificultad en comprender el concepto de límite radica en que esto requiere la reconstrucción de dos procesos coordinados:

$(x \rightarrow a, f(x) \rightarrow L)$  como un proceso descrito como  $0 < |x - a| < \delta$  implica  $|f(x) - L| < \epsilon$ . Para todo  $\epsilon > 0$  existe  $\delta > 0$

Este proceso coordinado tiene dificultad en sí mismo y no todos los alumnos pueden construirlo inmediatamente

Es más importante describir o intuir en un primer curso de Cálculo Diferencial que aprender a conceptualizar este concepto, ya que permite una construcción del

conocimiento más firme y enriquecedor además de fomentar la multidisciplinaridad y refuerza su utilización y dificulta el olvido.

Dada la experiencia, los alumnos mecanizan y no desarrollan la habilidad de calcular límites, por lo que no entienden lo que están haciendo ó cómo pueden utilizar dicho concepto en la resolución de problemas; muchas veces, ante un problema relacionado con él, no pueden ni siquiera hacer un planteamiento adecuado.

### **Objetivo General**

Diseñar un modelo metodológico de aprendizaje utilizando el software Mathematica, para integrar un conjunto de elementos coherentes que favorezcan a la comprensión del concepto de límite en el bachillerato a través del Método de Fermat.

### **Descripción del Widget**

Una de las vías para romper con los esquemas tradicionales de enseñanza de la Matemática es el perfeccionamiento de los métodos y los medios de enseñanza, para lograr que los alumnos se apropien de la esencia del conocimiento a fin de aplicarla de forma creadora en la adquisición de nuevos conocimientos y en la solución de problemas propios de la carrera.

El concepto de límite es un elemento indispensable en la estructura matemática, para comprenderlo es preciso abrir nuestros sentidos y disponer nuestro razonamiento.

Por ejemplo, pensemos en el derrumbe de un edificio por el movimiento de un temblor, se dice que éste sobrepasó su límite de resistencia y como consecuencia se cayó; o en el caso de una liga o un resorte, si se rebasa el límite de elasticidad se produce una deformación permanente.

El cálculo de tangentes a una cónica fue un problema planteado en la antigüedad, y su solución se dio por medio del cálculo de límites para toda curva. La idea de límite que se usa para hallar tangentes y velocidades dio origen a la idea central del cálculo diferencial.

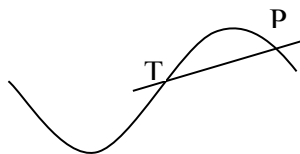
Hoy en día el cálculo representa una magnífica herramienta de trabajo en todas las áreas de la ciencia, por ejemplo, se utiliza en economía al calcular el costo marginal y el ingreso marginal para obtener una utilidad máxima. En biología, para analizar la velocidad con que un virus como el VIH muta aleatoriamente con el fin de comprender su comportamiento y propagación.

**Idea de Fermat**

Tomaremos una nueva perspectiva al problema de las tangentes y exploraremos la idea del matemático francés Pierre Fermat. Fermat, basó su método para encontrar rectas tangentes con la siguiente idea:

Supóngase que una curva es dada, y supóngase que T denota el punto en la curva donde se desea construir la línea tangente.

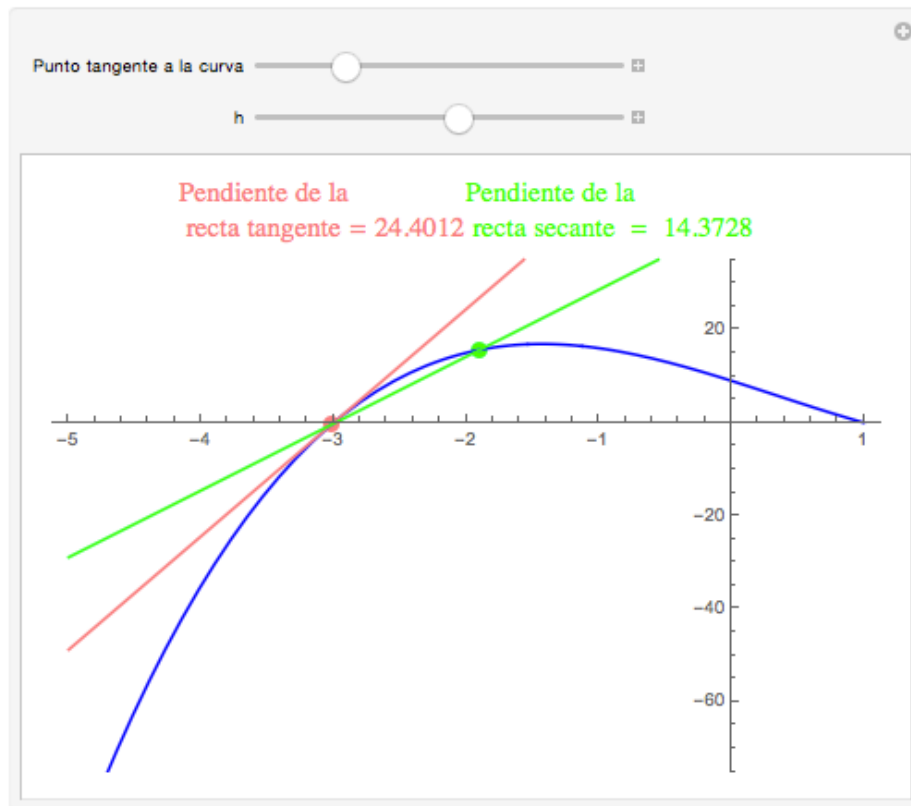
Sea P un punto próximo en la misma curva y considere la línea de T a P.



Tal línea se llama una línea secante. Y esa línea cruza una circunferencia en dos distintos lugares. Imagine que el punto P se mueve a lo largo de la curva hacia T mientras que T sigue siendo fijo. La línea secante TP rotará cada vez más cerca de la

posición de la línea de la tangente en T.

## Teorema de Fermat de límites



### Conclusiones

Este procedimiento de límites puede ser usado para encontrar pendientes tangentes para muchas otras curvas. De hecho, resulta que si hay una manera sensible de asignar una pendiente a una curva en un punto, esta técnica, proporciona el valor correcto. Este procedimiento se puede escribir con notación matemática:

Sea  $f$  una función,  $(x, f(x))$  un punto fijo, y  $(a, f(a))$  el punto que se aproxima al punto

fijo. Entonces la pendiente  $m$  de la recta tangente es 
$$\lim_{a \rightarrow x} \left[ \frac{f[a] - f[x]}{a - x} \right]$$

La tecnología ha adquirido la calidad de recurso importante para facilitar el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Resulta de gran interés el efecto que puede tener una computadora en el proceso de enseñanza de la matemática siempre y cuando se utilice como un elemento transformador en los procesos de enseñanza y del aprendizaje, sobre todo cuando surge el interés por la representación visual de ideas matemáticas, ya que éstas, permiten una introducción poderosa a los que son las abstracciones complejas de la matemática.

En la actualidad, el uso de la computadora se distingue porque permite incrementar en gran medida la ayuda visual que genera. Se puede agregar que la computadora se ha convertido en una poderosa herramienta, que a diferencia de otras innovaciones tecnológicas, ha provocado una serie de cambios en el sector educativo, entre los cuales podemos señalar:

- i. Una manera diferente de organizar el pensamiento por parte de los alumnos.
- ii. Poder combinar los métodos tradicionales, con actividades empleando nuevas tecnologías
- iii. La obtención de un nuevo lenguaje cognoscitivo: la asociación palabra-imagen.

La computadora puede dar fuerza de significado a los conceptos matemáticos que nuestros alumnos no alcanzan a comprender, de esta manera es comprensible que las ideas son fáciles de entender cuando éstas se hacen más concretas, del mismo modo, cuando una idea abstracta se implementa o representa en una computadora, es posible concretarla en la mente.

## Bibliografía

Alvarez, J, Jurgenson, g. (2003) *Cómo Hacer Investigación Cualitativa. Fundamentos y Metodología*. México D. F.: Paidós Educador.

Alvarez, M., Fernández, A. & Anzola, E. (1994) *Incorporación de la computadora a la impartición de la Matemática numérica*. Revista Cubana de Educación Superior, 14 (2).

Artigue, M. (1995), "El lugar de la didáctica en la formación de profesores", en *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. México :Grupo Editorial

Iberoamericano

- Artigue, M. (1996) *Teaching and Learning Elementary Análisis*. Selección de Conferencias del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME8)
- Artigue, M. (1997) “Le logiciel ‘Derive’ comme révélateur de phénomènes didactiques liés a Putilisation d’environnements informatiques pour l’apprentissage”. *Educational Studies in Mathematics*, 33,133-169.
- Artigue, M. (1998), L’évolution des problématiques en didactique de l’Analyse, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 18, nº 2, págs. 231-262.
- Artigue M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*.
- Ausubel, D. (1963) *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. New York : Ed. Grune and Stratton.
- Ausubel, D. (1976) *Psicología Educativa. Una perspectiva cognitiva*. México : Ed. Trillas.
- Ausubel, Novak, Hanesian (1983) *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* .México : Ed.Trillas
- Bachelard, G. (1938) *La Formation de l'esprit scientifique*. Paris:Vrin
- Bachelard, G. (1981) *La formación del espíritu científico*. Ed. Siglo XXI. Bs.As.
- Bartolome, m. (1992) *Investigación cualitativa en educación: ¿comprender o transformar*. *Revista de Investigación educativa*, 20, 7 – 36.
- Beevers, C. B. y otros. (1989) *Software tools for computer-aided learning in mathematics*. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*Vol. 20, No. 4, 561-569.
- Bell, M.A. (2002). Why use an interactive whiteboard? A baker´dozen reasons! *TeachersNet Gazette*, 3, 1,



- Blanco, R. (1998) Subsistema didáctico de la disciplina Matemática para las ciencias técnicas, fundamentado en las leyes de la asimilación y la teoría del conocimiento. Tesis doctoral.
- Blázquez, S., Gatica, S. N., Ortega, T., Benegas, J. (2006) *Una conceptualización de límite para el aprendizaje inicial de análisis matemático en la universidad*. México DF.:RELIME. ISSN: 1665-2436.
- Buendía Eisman, I. & Salmerón Pérez, H. (1994) *Intervención cooperativa a través de la investigación Cooperativa*. Revista de investigación educativa, 23, 226 – 231.
- Calero, J. (2000) *Investigación Cualitativa y Cuantitativa. Problemas no resueltos en los debates actuales*. Endocrinol. 11(3),192-198. Obtenida el 20 de mayo de 2011 desde [http://www.bvs.sld.cu/revistas/end/vol11\\_3\\_00/end09300.htm](http://www.bvs.sld.cu/revistas/end/vol11_3_00/end09300.htm)
- Carpenter, T., Lehrer, R. (1999) *Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. En: Elizabeth Fennema y Thomas Romberg (Eds.). *Mathematics Classrooms that Promote Understanding* (pp. 19-32). NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Carr, W. & Kemmis, S. (1988) *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del Profesorado*. Barcelona: martínez roca.
- CENEVAL (2002) *Guía para el EXANI-1*. México, D. F: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior
- Cheng, S.Y. Transmath (1995) *From Conception to Delivery. Proceedings of the International Conference Hypermedia in Sheffield '95*. July 3-5.
- Chola, Nyondo A. (1993) *Mathematics courses with a PC*. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. Vol. 24, No. 4, 569-574.
- Chola, A. (1992) *Using PC-Matlab in the teaching of linear algebra*. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. Vol. 23, No. 3, 413-419.
- Clements, D. (1991) *Teaching topics in numerical linear algebra using*

- spreadsheets. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. Vol. 22, No. 6, 1003-1017.
- Contreras, J. (1994) *¿qué es?*. Cuadernos de pedagogía, 224, 8 - 14.
- Coordinación del Bachillerato Nicolaita. (2001) *Programa de Cálculo Diferencial. Quinto Semestre. Ingeniería y Arquitectura*. Extraído el 21 de Mayo del 2011. de <http://www.bachilleratonicolaita.com.mx/docs/5i-a/5C.pdf>
- Cornu, B. (1983) *Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles*. Thèse de 3ème cycle, Mathématiques. Grenoble: Université I de Grenoble.
- Cornu, B. (1991). Limits. En D. Tall (ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer, 153-166.
- Cottrill, et al (1996) *“Understanding the Limit Concept: Beginning with a Coordinated Process Schema”*. Journal of Mathematical Behavior. 15, 167-192
- Desroche, H. (1981) La recherche coopérative comme recherche – action. En actes u colloque recherte –Action, chicoutimi, uqac (9 – 48)
- DGB (2011) *Dirección General del Bachillerato*. Obtenido el 20 de Julio del 2011 <http://www.dgb.sep.gob.mx/subsistemas/subsistemas.html>
- Dibut, L. (1995) Hipertexto Activos Fijos. Resultados de su aplicación en la carrera de contabilidad. Memorias del II taller científico-metodológico de matemática y computación, COM4Y´95. Universidad de Matanzas.
- Dinh Tri, N. (1996) *Some aspects of the university mathematics curriculum for engineers*. Selección de Conferencias del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME8).
- Duarte, V. y otros. (1996) *Introdução ao Modellus: Experiencias com modelos matemáticos em Física-Química e Matemática*. Versão 1.11.
- Duval, R. (1998) *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. Investigaciones en Matemática Educativa II. Cinvestav, México: Hitt, Departamento de Matemática Educativa.

- Elliott, J. (1993) *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- Estebanell, M. y otros. (1997) *Las redes como soporte a la docencia universitaria*. Memorias del congreso EDUTEC '97. España: Universidad de Málaga
- Ferrari, M. (2001) *Estudio socioepistemológico de la función logaritmo*. Tesis de Maestría. México: Cinvestav-IPN,
- Fuentes, R. (2000) *Metodología para la integración de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en las carreras de Ciencias Técnicas*. Tesis doctoral en Ciencias Pedagógicas. Cienfuegos: Universidad de Cienfuegos.
- Goldin, G., Kaput, J. (1996) *A Joint Perspective on the Idea of Representation in Learning and Doing Mathematics*. En: Leslie P. Steffe, Pearla Nesher, Paul Cobb, Gerald A. Goldin, y Brian Greer (Eds.), *Theories of Mathematical Learning* (pp. 397-430). NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Gómez, B. (1990) *El microcomputador: versátil herramienta en los cursos de Física*. Santafé de Bogotá. Colombia: Revista Informática Educativa.
- González, J., Hernández, Z. (2003) *Paradigmas Emergentes Y Métodos De Investigación en el Campo de la Orientación*. Extraído el 10 de abril de 2011 desde <http://www.geocities.com/seminarioytrabajodegrado/Zulay2.html>
- Gutiérrez, A. (1990) Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El Modelo de Van Hiele, en S. Llinares, M.V. Sánchez (eds.), *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Ed. Alfar
- Hansell, R.W. (1995) *Computer-Integrated Calculus and Hypercard*. Proceedings of the International Conference Hypermedia in Sheffield '95.
- Harel, G., Sowder, L. (1998) *Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies*. En: A. Schoenfeld, J. Kaput, y E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

- Haspekian M. & Artigue M. (2007). *L'intégration d'artefacts informatiques professionnels à l'enseignement dans une perspective instrumentale : le cas des tableurs*. En, M. Baron, D.Guin, L. Trouche (Eds), Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage, pp.37-63. Paris : Editions Hermès.
- Håvie, T. (1991) *Magnum, a Concept for Computer Aided Learning in Numerical Mathematics. Proceedings of Nordic Conference on Computer Aided Higher Education*. Helsinki: University of Technology, 282-291.
- Hernández Sampieri, (1998) y Col. *Metodología de la Investigación..* México- D. F: Editorial McGraw-Hill
- Hiebert, J., Carpenter, T. (1992) *Learning and Teaching with Understanding*. En: D. A. Grows (Ed), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. A project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 65-97). NY: Macmillan Publishing Co.
- Hueso, J., L. al. (1997) *Web y multimedia al servicio de la enseñanza de las Matemáticas*. Memorias del congreso EDUTEC'97. Pg. 267-271. España: Universidad de Málaga.
- Jungk, W. (1977) *Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. La Habana, Cuba:Pueblo y Educación
- Kemmis, S. & Mctaggart, R. (1988) *Cómo planificar la investigación-acción*, Barcelona: laertes.
- Kivelä, S. K. (1994) *Computers in Mathematics Teaching: From Calculators to Hypermedia*. Proceedings ofHypermedia in Vaasa '94. (Conference on Computers and Hypermedia in Engineering Education)
- Kvale (1996) *Interviews : an introduction to qualitative research interviewing*. California: Thousand Oaks
- Laborde, C. (2001). *Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for complex activity of proving*. Educational Studies in Mathematics,

- 44, 151-161.
- Lapuebla, A. (1988) *Una investigación colectiva*. Cuadernos de pedagogía, 157, 54 – 59.
- Larson. (1995) *Cálculo. Volumen 1*. Mc Graw-Hill.
- Lawson, D. A. (1995) *The effectiveness of a computer assisted learning programme in engineering mathematics*. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. Vol. 26, No. 4, 567-574.
- Lewin, K. (1973) *Action research and minority problems*. En k. Lewin (201 – 216): resolving social conflicts: Selected papers on group dynamics (ed. G. Lewin). London: Souvenir Press.
- Llorens Fuster, J. L. (1995) *Aplicaciones de DERIVE. Análisis Matemático*. España: Publicación de la Universidad Politécnica de Valencia.
- López Górriz, I. (1993) *La investigación – acción como metodología de teorización y formación del Profesor desde su práctica*. Revista de investigación educativa, 71 – 92.
- Mackie, D. M. (1992) *An evaluation of computer-assisted learning in mathematics*. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. Vol. 23, No. 5, 731-738.
- Marías, J. (1967) *Historia de la Filosofía*. México: Editorial Revista de Occidente.
- Mathews, J.H. (1991) *Mathematica, a new tool for studying optimization*. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. Vol. 22, No. 4, 569-576.
- Mathews, J.H. (1994) *Using Matlab as a programming language for numerical analysis*. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. Vol. 25, No. 4, 481-490, 1994
- Mayer, R. (1984) "Aids to text comprehension" Educational psychologist, 19 (1) 30-42.
- MES (1979) *Resolución 220*. La Habana, Cuba: Ministerio de Educacion Superior.
- MGO (1980) Manual General de Organización. Extraído el 20 de Julio del 2011. [http://www.informacionpublica.umich.mx/Docs/Manual%20General%20de%](http://www.informacionpublica.umich.mx/Docs/Manual%20General%20de%20)

20Organizacion.pdf

- Monereo, C. (1998) *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula*. España: SEP Cooperación Española, Biblioteca del normalista, pp. 23-27.
- Montesinos. (1997) *El uso didáctico del correo electrónico en la enseñanza superior*. España: Memorias del congreso EDUTEC'97 Universidad de Málaga. Pg. 30-34
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000) *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nisbet, J. Y Shucksmith, J. (1986) *Learning Strategies*, Routledge & Kegan Paul, Londres. Trad. cast. de BERMEJO, A. (1987): *Estrategias de aprendizaje Santillana/Aula XXI*, Madrid.
- Nisbet, S. (1991) A new instrument to measure preservice primary teachers' attitudes to teaching mathematics. *Mathematics Education Research Journal*. 3, 34-56.
- Orton A. (1977) Chords, Secants, Tangents and Elementary Calculus; *Mathematics Teaching*, Núm. 78, pp. 48-49
- Perelló , R. M<sup>a</sup> , Membrive , p. & Vives , G. (1995) *ja merendarj. Cuadernos de Pedagogía*, 195, 48 – 50.
- Pérez, S (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes i. Métodos*. Madrid: la muralla.
- Pérez, C. (1996). *Matemática informatizada con MATLAB*. España: Editorial RA-MA
- Rijpkema, J.J. M. y otros. (1991) *Mathematics course with a PC*. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.* Vol. 22, No. 5, 791-798.
- Rincón, D. & Rincón, B. (2000) *Revisión, planificación y aplicación de mejoras*. *Revista Interuniversitaria del profesorado*, 39, 51 – 73.

- Rincón, D. (1997) *Investigación acción – cooperativa*. En mj. Gregorio rodríguez (71 - 97):memorias Del seminario de investigación en la escuela. Santa Fe de Bogotá 9 y 10 de diciembre de 1997.
- Rojas, E. (2010) Praxis Educativa ReDie: *La Utopía de una Reforma al Bachillerato Nicolaita*. Vol.2. Num. 2 Obtenido el 20 de Julio del 2011 <http://www.redie.org/librosyrevistas/revistas/praxiseduc02.pdf>
- Schmeck, R. (1988) *Individual Differences and Learning Strategies in Learning & Study Strategies Issues in Assessment, Instruction & Evaluation*, New York, Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1992) *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics*. En: Douglas A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan Publishing Co.
- Shuell, W. (1988) Variables affecting students intrinsic motivation for school mathematics. *Learning and instruction*. 3, 281-298.
- Sierpinska, A. (1985) Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 6.1, 5-67.
- Sierpinska, A. (1987) *Humanities students and epistemological obstacles related to limits*. *Educational Studies in Math*, vol 18, 371-397.
- Sierpinska, A. (1990) *Some remarks on understanding in mathematics*. For the *Learning of Mathematics*, vol 10.3, 24-36.
- SIIA (2011) Sistema Integral de Información Administrativa. <http://www.siaa.umich.mx/>
- Soper, J. B. (1994) *Computer spreadsheets for numerical analysis*. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.* Vol. 25, No. 2, 245-253.
- Stenhouse, I. (1984) *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid. Morata.
- Steward, T. (1994) *Spreadsheets in mathematical education*. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.* Vol. 25, No. 2, 239-243.

- Tall, D. (1991) *The Psychology of Advanced Mathematical Thinking*. En: David Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3-21). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. (1991) *To prove or not to prove*. En: *Mathematics Review*. Volume 1, 3, 29 – 32.
- Tall, D. (1999a) *The Chasm between Thought Experiment and Mathematical Proof*. In G. Kadunz, G. Ossimitz, W. Peschek, E. Schneider, B. Winkelmann (Eds.), *Mathematische Bildung und neue Technologien*, Teubner, Stuttgart, 319-343.
- Tall, D. (2001) *Following student's development in a traditional university classroom*. In Marja van den Heuvel-Panhuizen (Ed.) *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 4*, 57-64. Utrecht, The Netherlands.
- Tall, D. (2004) *Thinking Through Three Worlds of Mathematics*. En: *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bergen, Norway.
- Vacas, J. y Juanes, J. (1991) *Creación de un programa docente informatizado*. Apuntes de Educación.
- Vinner, S. (1992) *The function concept as a prototype for problems in mathematics learning del libro The concept of function. Aspects of Epistemology and Pedagogy : MAA Notes Vol. 25 (pp. 195-213)*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Warner, (2002) *Cálculo Aplicado. Segunda Edición*, Thomson, México.
- West, CH. Farmer, J & Wolff (1991). *Instructional design. Implications from cognitive science*. Needham Heights, MA : Allyn and Bacon.